NOMBRE y apellidos:

P1	P2	P3	P4	NOTA

SEGUNDO PARCIAL(16/01/2018)

1. *(2,5 ptos.)* Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, se pide:

a) *(1 ptos.)* Estudiar si A es diagonalizable y diagonalizarla si es que lo es.

b) *(0,5 ptos.)* Analizar si A y B son ortogonalmente diagonalizables. *(1 ptos.)* Diagonalizarlas ortogonalmente en caso afirmativo.

2. *(2,5 ptos.)* Se considera un endomorfismo f: $\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ cuyos subespacios de autovectores son: el asociado al autovalor $\lambda = 0$, $Ker(A - 0I) = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}\right\}$ y el asociado al autovalor $\lambda = 1$,

$$Ker(A - 1I) = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : x + y - z - t = 0\right\}$$

a) *(0,5 ptos.)* Demostrar que se trata de un endomofismo diagonalizable, mostrando cuál es su matriz diagonal Λ asociada.

b) *(1 ptos.)* Calcular una base de diagonalización asociada y la matriz P de paso correspondiente.

c) *(1 ptos.)* Teniendo en cuenta lo anterior , calcular la matriz del endomorfismo referida a la base canónica.

3. Dada la aplicación lineal f: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$, cuya matriz con respecto a las bases canónicas es

$$M(f, B_3^C, B_4^C) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 6 \\ 5 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

a) *(0,4 ptos.)* calcular la dimensión, *(0,6 ptos.)* y la base usual el subespacio $Im(f)$.

b) *(0,6 ptos.)* Obtener las ecuaciones implícitas del subespacio $Im(f)$ y *(0,3 ptos.)* la dimensión del subespacio $Ker(f)$

c) *(0,2 ptos.)* Comprobar que se cumple la fórmula de las dimensiones de las aplicaciones lineales y *(0,4ptos.)* analizar si es o no monomorfismo y/o epimorfismo.

4. a) *(1 ptos.)* Construir la matriz de una simetría en $\mathbb{R}^2$ respecto de la recta $x - y = 0$

b) *(1 ptos.)* Clasificar y calcular los elementos geométricos de la aplicación ortogonal con matriz

$$M(f, B_3^C) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

c) *(0,5 ptos.)* Estudiar si $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ puede ser la matriz de una aplicación ortogonal referida a una base ortonormal

EL USO DE DISPOSITIVOS ELECTRÓNICOS ES CAUSA DE EXPULSIÓN DEL AULA .

ÁLGEBRA LINEAL (1Ma y 4M) CURSO 2017/2018

NOMBRE y apellidos:

P1	P2	P3	P4	NOTA

PRIMER PARCIAL (16/01/2018)

1. ***(2,5 PTOS.)***Dada la matriz

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

Se pide

a) *(0,5 ptos.)* Calcular una forma escalonada de la misma

b) *(0,7 ptos.)* Calcular una base y la dimensión del subespacio asociado col(A), generado por las columnas de la matriz.

c) *(0,6 ptos.)* Calcular las ecuaciones implícitas del subespacio Ker(A)=nul(A)

d) *(0,7ptos.)* Calcular su matriz inversa, si existe.

2. ***(2,5 PTOS.)***En el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$se consideran los subespacios siguientes:

$$S=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}2\\1\\-1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix}\right\} \text{ y } T=\begin{cases}x+y-z=0\\ y+z-2t=0\end{cases}$$

Con estos datos, se pide:

a) *(0.5 ptos.)* Calculad las ecuaciones implícitas de S y *(0.5 ptos.)* una base de T

b) *(0,8 ptos.)* Obtened una base del subespacio S I T .

c) *(0,7 ptos.)* Obtened una base del subespacio $S+T$.

3. ***(2,5 PTOS.)*** Dado S subespacio de $\mathbb{R}^{\mathbf{3}}$, $S=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}: x+y+2z=0\right\}$se pide:

a) *(1,5 ptos..)* Calcular una base ortonormal del mismo,

b) *(0.5ptos..)* Obtener las ecuaciones implícitas y *(0.5ptos..)* una base de su complemento ortogonal $S^{\perp}$

4. *(2,5 ptos.)* Dado S subespacio de $\mathbb{R}^{\mathbf{4}}$, $S=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}: \begin{cases}x-y=0\\ y+z-t=0\end{cases}\right\}$se pide:

a) *(1,2 ptos..)*Calcular una base ortogonal del mismo,

b)*(1,3 ptos..)* Proyectar el vector $\vec{u}=\begin{pmatrix}1\\3\\0\\1\end{pmatrix}$ sobre S

EL USO DE DISPOSITIVOS ELECTRÓNICOS ES CAUSA DE EXPULSIÓN DEL AULA .

NOMBRE y apellidos:

P1	P2	P3	P4	NOTA

1. ***(2,5 PTOS.)***Dada la matriz

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Se pide

a) *(0,5 ptos.)* Calcular una forma escalonada de la misma

b) *(0,7 ptos.)* Calcular una base y la dimensión del subespacio asociado col(A), generado por las columnas de la matriz.

c) *(0,6 ptos.)* Calcular las ecuaciones implícitas del subespacio Ker(A)=nul(A)

d) *(0,7ptos.)* Calcular su matriz inversa, si existe.

SOLUCIONES.

a)

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \underset{\substack{E_{21}(-1)\\ E_{31}(-1)\\ E_{41}(-1)}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \underset{E_{42}(-1)}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \underset{E_{43}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} = esc(A)$$

b) $col(A) = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right\}$, y como el rango de A es cuatro, estos cuatro vectores son una base del mismo y su dimensión vale cuatro.

c) Al ser A una matriz de rango cuatro, el sistema homogéneo que define el subespacio tiene solución única que será el vector cero.

d)

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \underset{\substack{E_{21}(-1)\\ E_{31}(-1)\\ E_{41}(-1)}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \underset{\substack{E_{42}(-1)\\ E_{12}(-1)}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 2 & 4 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\underset{E_{43}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 2 & 4 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \underset{\substack{E_{23}(1)\\ E_{13}(-2)}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\underset{\substack{E_{34}(1)\\ E_{4}(-1/2)}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/2 & 0 & -1/2 & 0 \end{array}\right)$$

EL USO DE DISPOSITIVOS ELECTRÓNICOS ES CAUSA DE EXPULSIÓN DEL AULA .

P1	P2	P3	P4	NOTA

Con lo cual la inversa de la matriz es

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 0 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. ***(2,5 PTOS.)***En el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$se consideran los subespacios siguientes:

$$S = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\} \text{ y } T = \begin{cases} x + y - z = 0 \\ y + z - 2t = 0 \end{cases}$$

Con estos datos, se pide:

a) *(0.5 ptos.)* Calculad las ecuaciones implícitas de S y *(0.5 ptos.)* una base de T

b) *(0,8 ptos.)* Obtened una base del subespacio $S \cap T$.

c) *(0,7 ptos.)* Obtened una base del subespacio $S + T$.

SOLUCIÓN.

a) Primero trabajamos con los vectores del sistema de generadores dado

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \underset{E_{12}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \underset{E_{21}(-2)}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \underset{E_{12}(1)}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

De aquí deducimos que la base usual del subespacio es $B_u(\mathrm{S}) = \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$

Las ecuaciones paramétricas $\left[\begin{array}{r} x = \alpha \\ y = \beta \\ z = -\alpha + \beta \\ t = \beta \end{array}\right.$ y las implícitas $\begin{cases} t - y = 0 \\ x + z - t = 0 \end{cases}$

Las ecuaciones paramétricas de T $\left[\begin{array}{r} x = 2\alpha - 2\beta \\ y = -\alpha + 2\beta \\ z = \alpha \\ t = \beta \end{array}\right.$. De aquí deducimos que una base del subespacio es $B(\mathrm{T}) = \left\{\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$

b) Con las implícitas de ambos formamos el sistema $\left[\begin{array}{r} t - y = 0 \\ x + z - t = 0 \\ x + y - z = 0 \\ y + z - 2t = 0 \end{array}\right.$, resolviéndolo obtenemos que $B(\mathrm{S} \cap \mathrm{T}) = \left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$.

NOMBRE y apellidos:

P1	P2	P3	P4	NOTA

c) Tenemos que $\mathrm{S}+\mathrm{T}=\mathcal{L}\{B(\mathrm{S}),B(\mathrm{T})\}$. Reduciendo la matriz que tiene a estos vectores como filas deducimos que $B(\mathrm{S}\cap\mathrm{T})=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\4\\1\end{pmatrix}\right\}$

3. ***(2,5 PTOS.)*** Dado S subespacio de $\mathbb{R}^{\mathbf{3}}$, $S=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}: x+y+2z=0\right\}$ se pide:

a) *(1,5 ptos..)* Calcular una base ortonormal del mismo,

b) *(0.5ptos..)* Obtener las ecuaciones implícitas y *(0.5ptos..)* una base de su complemento ortogonal $S^{\perp}$

SOLUCIÓN

a) Sustituyendo en las ecuaciones obtenemos la base ortogonal $B(ortg)=\left\{\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}\right\}$, y normalizando los vectores tenemos la base $B(ortnm)=\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix},\frac{2}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}\right\}$

b) El c.o. De un plano en $\mathbb{R}^3$es su recta normal, cuya base es el vector normal al plano $B(normal)=\left\{\vec{n}=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}\right\}$, sus ecs. Paramétricas son $x=\alpha, y=\alpha, z=2\alpha$, las implícitas $\begin{cases}x=y\\z=2x\end{cases}$

4. . ***(2,5 PTOS.)*** Dado S subespacio de $\mathbb{R}^{\mathbf{4}}$, $S=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}:\begin{cases}x-y=0\\y+z-t=0\end{cases}\right\}$ se pide:

a) *(1,2 ptos..)*Calcular una base ortogonal del mismo,

b)*(1,3 ptos..)* Proyectar el vector $\vec{u}=\begin{pmatrix}1\\3\\0\\1\end{pmatrix}$ sobre S

SOLUCIÓN:

A) Primero se calcula la dimensión de S,. las dos ecs. que lo definen son independientes y estamos en un espacio de dimensión cuatro,DE DONDE DEDUCIMOS que su dimensión vale dos.

Las paramétricas asociadas serían $x=\alpha, y=\alpha, z=-\alpha+\beta, t=\beta$, la base es, por lo tanto $B(S)=\{\vec{s}_1=(1,1,-1,0)^t,\vec{s}_2=(0,0,1,1)^t\}$.

Aplicando G-S s obtiene: $\vec{o}_1=\vec{s}_1, \vec{o}_2=\vec{s}_2-\frac{\langle\vec{s}_2,\vec{o}_1\rangle}{\|\vec{o}_1\|^2}\vec{o}_1=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}\\1-\frac{1}{3}\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}\\\frac{2}{3}\\1\end{pmatrix}$

NOMBRE y apellidos:

P1	P2	P3	P4	NOTA

$$B^{ORTG}(S) = \left\{ \vec{o}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{o}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

b)(*1,3 ptos..)* Proyectar el vector $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ sobre S

Calculamos entonces los productos escalares y normas que intervienen en la fórmula de la proyección:

$\langle \vec{u}, \vec{o}_1 \rangle = 4, \langle \vec{u}, \vec{o}_2 \rangle = \frac{7}{3}, \|\vec{o}_1\|^2 = 3, \|\vec{o}_2\|^2 = 5/3$

El vector proyección será, $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \frac{4}{3}\vec{o}_1 + \frac{7}{5}\vec{o}_2 = \frac{4}{3}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{7}{5}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{9}{5} \\ \frac{-2}{5} \\ \frac{7}{5} \end{pmatrix}$.

c) *(0.5ptos..)* Obtener las ecuaciones implícitas y *(0.5ptos..)* una base de su complemento ortogonal $S^{\perp}$

En su complemento ortogonal están todos los vectores $\vec{u} = (x, y, z, t)$ que son ortogonales a los dos vectores de la base anterior, así pues $\vec{u}$ verificará que $\begin{matrix} x+y-z & =0 \\ z+t=0 & \end{matrix}$, siendo estas las ecuaciones implícitas del complemento ortogonal. Las paramétricas serían $x = \alpha - \beta, y = \beta, z = \alpha, t = -\alpha$, la base pedida es, por lo tanto $B(S^{\perp}) = \{\vec{w}_1 = (1,0,1,-1)^t, \vec{w}_2 = (-1,1,0,0)^t\}$

SOLUCIÓN

a) Para serlo, el sistema de ecuaciones que define al subespacio núcleo ha de tener solución única. Esto se cumple cuando la matriz de coeficientes del mismo, que es la matriz de la aplicación tiene rango máximo. Por ello, la reducimos a continuación

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 6 \\ 5 & -1 & a \end{pmatrix} \underset{\substack{E_{21}(-1) \\ E_{31}(4) \\ E_{41}(-5)}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix} \underset{\substack{E_{32}(-3) \\ E_{42}(1)}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a+2 \end{pmatrix},$$

Deducimos entonces que su rango es máximo para $a \neq -2$ y que, por lo tanto, para estos valores la aplicación es un monomorfismo. En el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$se consideran los subespacios siguientes:

b) El subespacio $S = Im(f) = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$, reduciendo la matriz que los tiene como filas obtenemos una base del mismo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix} \underset{E_{12}(-1)}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix} \underset{E_{32}(-2)}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \underset{E_3(1/3)}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{\substack{E_{23}(1) \\ E_{13}(-6)}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

De aquí deducimos que $\dim(Im(f)) = 3$ y que la base usual es $B^U(Im(f)) = \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$

Las ecuaciones paramétricas son

$$\left[\begin{aligned} x &= \alpha \\ y &= \beta \\ z &= -7\alpha + 3\beta \\ t &= \gamma \end{aligned}\right.$$

Y las implícitas $-7x + 3y - z = 0$. c) Para este valor es $\dim(Im(f)) = 3, \dim(Ker(f)) = 0$, se verifica pues que la suma de ambas nos da igual a la del espacio inicial, tres.

EL USO DE DISPOSITIVOS ELECTRÓNICOS ES CAUSA DE EXPULSIÓN DEL AULA .

NOMBRE y apellidos:

P1	P2	P3	P4	NOTA

EL USO DE DISPOSITIVOS ELECTRÓNICOS ES CAUSA DE EXPULSIÓN DEL AULA .